

7

二次根式

观察下列代数式:

$$\sqrt{5}, \sqrt{11}, \sqrt{7.2}, \sqrt{\frac{49}{121}}, \sqrt{(c+b)(c-b)} \quad (\text{其中 } b=24, c=25).$$

可以发现, 这些式子我们在前面都已学习过, 它们的共同特征是: 都含有开平方运算, 并且被开方数都是非负数.

一般地, 形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式, a 叫做被开方数. 二次根式有些什么性质呢? 让我们一起探索!



做一做

(1) 计算下列各式, 你能得到什么猜想?

$$\begin{aligned} \sqrt{4 \times 9} &= _, \sqrt{4} \times \sqrt{9} = _; \sqrt{\frac{4}{9}} = _, \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = _; \\ \sqrt{\frac{25}{49}} &= _, \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = _. \end{aligned}$$

(2) 根据上面的猜想, 估计下面每组两个式子是否相等, 借助计算器验证, 并与同伴进行交流.

$$\sqrt{6 \times 7} \text{ 与 } \sqrt{6} \times \sqrt{7}, \sqrt{\frac{6}{7}} \text{ 与 } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}.$$



$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0), \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

积的算术平方根, 等于_____;

商的算术平方根, 等于_____.

例1 化简:

(1) $\sqrt{81 \times 64}$; (2) $\sqrt{25 \times 6}$; (3) $\sqrt{\frac{5}{9}}$.

解: (1) $\sqrt{81 \times 64} = \sqrt{81} \times \sqrt{64} = 9 \times 8 = 72$;

(2) $\sqrt{25 \times 6} = \sqrt{25} \times \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$;

(3) $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

例1的化简结果 $5\sqrt{6}$, $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 中, 被开方数中都不含分母, 也不含能开得尽方的因数. 一般地, 被开方数不含分母, 也不含能开得尽方的因数或因式, 这样的二次根式, 叫做**最简二次根式**.

化简时, 通常要求最终结果中分母不含有根号, 而且各个二次根式是最简二次根式.

例2 化简:

(1) $\sqrt{50}$; (2) $\sqrt{\frac{2}{7}}$; (3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

解: (1) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$;

(2) $\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{2 \times 7}{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{2 \times 7}}{\sqrt{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$;

(3) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

议一议

(1) 你是怎么发现 $\sqrt{50}$ 的被开方数含有开得尽方的因数的? 你是怎么判断 $\frac{\sqrt{14}}{7}$ 是最简二次根式的?

(2) 将二次根式化成最简二次根式时, 你有哪些经验与体会? 与同伴进行交流.

随堂练习

化简:

(1) $\sqrt{32}$; (2) $\sqrt{72}$; (3) $\sqrt{\frac{12}{7}}$; (4) $\sqrt{1.5}$; (5) $\frac{1}{\sqrt{5}}$.