

6

二元一次方程与一次函数

(1) 方程 $x+y=5$ 的解有多少个? 写出其中的几个.

(2) 在直角坐标系内分别描出以这些解为坐标的点, 它们在一次函数 $y=5-x$ 的图象上吗?

(3) 在一次函数 $y=5-x$ 的图象上任取一点, 它的坐标适合方程 $x+y=5$ 吗?

(4) 以方程 $x+y=5$ 的解为坐标的所有点组成的图象与一次函数 $y=5-x$ 的图象相同吗?

方程 $x+y=5$ 的解有无数个. 以方程 $x+y=5$ 的解为坐标的点组成的图象与一次函数 $y=5-x$ 的图象相同, 是同一条直线.

$x+y=5$ 与 $y=5-x$ 表示的关系相同.

一般地, 以一个二元一次方程的解为坐标的点组成的图象与相应的一次函数的图象相同, 是一条直线.



做一做

在同一直角坐标系内分别画一次函数 $y=5-x$ 和 $y=2x-1$ 的图象 (图5-1), 这两个图象有交点吗? 交点的坐标与方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 的解有什么关系?

一次函数 $y=5-x$ 与 $y=2x-1$ 图象的交点为 $A(2, 3)$, 而 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 就是方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 的解.

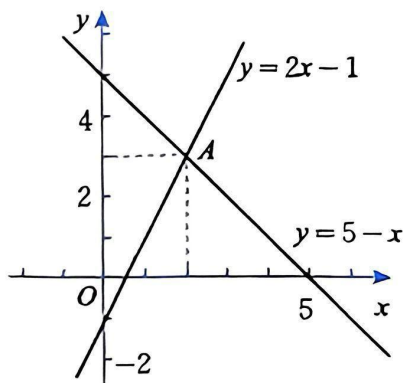


图 5-1

一般地,从图形的角度看,确定两条直线交点的坐标,相当于求相应的二元一次方程组的解;解一个二元一次方程组相当于确定相应两条直线交点的坐标.



想一想



在同一直角坐标系内,一次函数 $y = x + 1$ 和 $y = x - 2$ 的图象(图 5-2)有怎样的位置关系?

方程组 $\begin{cases} x - y = -1, \\ x - y = 2 \end{cases}$ 解的情况如何?你发现了什么?

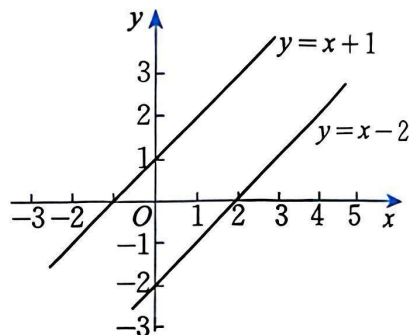


图 5-2

随堂练习

1. 已知一次函数 $y = 3x - 1$ 与 $y = 2x$ 图象的交点的坐标是 $(1, 2)$, 求方程组 $\begin{cases} 3x - y = 1, \\ y = 2x \end{cases}$ 的解.
2. 有一组数同时适合方程 $x + y = 2$ 和 $x + y = 5$ 吗? 直线 $y = 2 - x$ 与 $y = 5 - x$ 之间有什么关系?



习题 5.7



知识技能

1. 已知方程组 $\begin{cases} -3x + y + 3 = 0, \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = \frac{4}{3}, \\ y = 1, \end{cases}$ 试求直线 $y = 3x - 3$ 与 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 交点的坐标.
2. 已知直线 $y = 2x$ 与 $y = -x + b$ 的交点的坐标为 $(1, a)$, 试确定方程组 $\begin{cases} 2x - y = 0, \\ x + y - b = 0 \end{cases}$ 的解和 a, b 的值.
3. 一次函数 $y = 3x - 5$ 与 $y = 2x + b$ 的图象的交点的坐标为 $P(1, -2)$, 试确定方程组 $\begin{cases} y = 3x - 5, \\ y = 2x + b \end{cases}$ 的解和 b 的值.